定理証明支援系間の証明の相互変換

ポスター最新版

菅野　直孝（東北大学），中野　圭介（東北大学），浅田　和之（東北大学），菊池 健太郎（東北大学）

①定理証明支援系の変換

・定理証明支援系
- 数学的な証明やプログラムの性質を検証するツール
- 証明の対話的な記述が可能

・定理証明支援系間の違い
- それぞれで記述方法や論理体系が異なる
- 書き直すことで生産性が低下

・Coq
- 計算体系はCICを基盤とし，OCamlで実装
- 1984年にフランスのINRIAによって開発された

・Lean
- 計算体系はCoqと同様にCICを基盤とし，C++で実装
- 2013年にマイクロソフトリサーチによって開発された

（記述例）

Lean
```
theorem zero_plus (n : nat) :
      0 + n = n :=
begin
induction n with d hd,
  refl,
  rw add_succ, rw hd,
end
```

Coq
```
Theorem zero_plus : forall n:nat,
 0 + n = n.
Proof.
 intros n. induction n as [| n' IHn'].
 - reflexivity.
 - simpl. reflexivity. Qed.
```

②目的と方針

目的：

定理証明支援系の相互変換を目指すために，論理体系が類似したCoqとLeanを取り上げて，相互利用を実現する．

方針：

CoqとLeanの違いを調査

③CoqとLeanの違い

1. Coqのみがuniverse cumulativityを持つ．
2. 再帰関数について，Coqでは内部的にfix/matchを使って定義される．一方，Leanではユーザレベルで使われたfix/matchについてはコンパイルによって取り除かれる．
3. universe polymorphismに関する相違．
4. 帰納型について，Coqではnon-uniformなパラメータが許される．
5. 相互帰納，ネストした帰納型，余帰納型について，Coqでのみ提供されている．
6. Leanではproof irrelevanceが定義されている．一方，Coqではこれを命題が等しいことを主張する公理を持つのみ．
7. Leanにおいてのみ，商型（quotient type）を定義することができる．
8. 公理に関する相違

④再帰的な定義

Coqでは，再帰関数を定義するためにFixpointを使用する．Fixpointで定義される再帰関数は必ず停止性が保証されていなければならない．具体的には再帰呼び出しされる関数の引数がその関数を先呼び出しする関数の引数より小さくなっていることを明確にする必要がある．

（再帰関数の例）

Coq
```
Fixpoint ack' (f : nat -> nat)(m : nat) : nat :=
 match m with
 | O => f 1
 | S m' => f (ack' f m')
 end.

Fixpoint ack (n m : nat) : nat :=
 match n with
 | O => S m
 | S n' => ack' (ack n') m
 end.
```

Leanでは，Coqのような特別なキーワードは存在しないが，well-foundedであることを推測してくれるメカニズムによって直接再帰関数を定義することができる場合がある．

（再帰関数の例）

Lean
```
def ack : nat → nat → nat
| 0 m := m + 1
| (succ n') 0 := ack n' 1
| (succ n') (succ m') :=
    ack n' (ack (succ n') m')
```

⑤商型（quotient type）

商型とは，その要素が同値類の集合に分割されるような同値関係によって定義された代数的データ型のこと．Leanではこの商型を定義するためのquotコマンドが提供されている．

Lean
```
-- 同値関係の定義
def mod_equiv (x y : nat) : Prop :=
  x % 3 = y % 3

def int_modulo := quot mod_equiv
```

一方，Coqでは商型が存在していないため，同値関係を明示的に備えたSetoidが使用される．

⑥まとめと今後の課題

まとめ：

定理証明支援系であるCoqとLeanの紹介

CoqとLeanの違いについて確認した

今後の展望：
- CoqとLeanの差を補完するための具体的な変換方法について調査を行う

ポスター最新版
https://www.ipl.riec.tohoku.ac.jp/dokuwiki/_media/public/ppl23poster-kanno.pdf